

CRPE 2026

MATHEMATIQUES

Proposition de corrigé

Sujet groupement 1



SUJET 2026 – GROUPEMENT ACADEMIQUE 1

EXERCICE 1 – 5 points

Partie A

Cette partie est consacrée à l'utilisation du tableur. Plus précisément, il est demandé de donner une formule à partir de certaines cellules. Aucune justification n'est demandée.

	A	B	C	D
1	Visiteurs	Nombre	Prix en €	Total
2	Adultes	7	16,00	
3	Elèves de CP	14	8,50	
4	Elèves de CE1	15	8,50	
5	Elèves de CE2	12	8,50	
6	Elèves de CM1	13	8,50	
7	Elèves de CM2	18	8,50	
8			Total	
9			Total après réduction	

- La cellule D2 doit donner le montant payé par 7 adultes (le prix par adulte étant de 16,00 €). Cette formule doit permettre d'incrémenter vers le bas. Le montant payé se calcule en multipliant le nombre de visiteurs par le prix correspondant.
La formule à saisir en D2 est « **=B2*C2** ».
- La cellule D8 doit donner le montant global de l'ensemble des visiteurs avant réduction. Il s'agit donc d'additionner les valeurs contenues dans la plage D2:D7. La formule à saisir en D8 est « **=somme(D2:D7)** » ou « **=D2+D3+D4+D5+D6+D7** ».
- Il s'agit maintenant de calculer le montant total après la réduction de 15%. Une réduction de 15 % revient à multiplier par $1 - 15\% = 1 - 0,15 = 0,85$.
La formule à saisir en D9 est : « **=D8*0,85** ».

Partie B

- On note n le nombre d'élèves participant à la sortie. On sait que $n \leq 50$. Le coût total de la visite est égal à la somme du coût pour les n élèves participant à la visite (soit $n \times 8,50$ €) et du coût pour les 4 adultes accompagnateurs ($4 \times 16,00$ €).
Le coût total en euros est donc égal à $8,50n + 64$.
- Le coût total étant 378,50 €, pour déterminer le nombre total d'élèves qui ont participé à la sortie, il faut résoudre l'équation : $8,50n + 64 = 378,50$.
Cette équation est équivalente à : $8,50 \times n = 378,50 - 64$ soit : $8,50 \times n = 314,50$ soit encore : $n = \frac{314,50}{8,50} = 37$
37 élèves ont participé à la sortie.

Partie C

1. La vitesse moyenne est définie comme le quotient de la distance parcourue par la durée du trajet. La vitesse moyenne v en km/h de l'autocar est donc donnée par la formule : $v = \frac{d}{t}$ où d est la distance parcourue en km et t le temps du trajet entre l'école et le musée.

On a : $d = 85$ et $t = 1h10 \text{ min} = \left(1 + \frac{10}{60}\right)h = \frac{7}{6}h$.

On remplace dans la formule précédente : $v = \frac{85}{\frac{7}{6}} = \frac{85 \times 6}{7} = \frac{510}{7} \approx 72,86$.

La vitesse moyenne de l'autocar sur ce trajet est égale à 73 km/h, vitesse arrondie à l'unité près.

2. Puisque la capacité du bus (63) est supérieure au nombre de participants (41 élèves auquel s'ajoute 4 accompagnateurs), un seul bus sera nécessaire pour la visite. Le coût total du transport, pour un seul bus, est égal à la somme du forfait journalier (150,00 €), du coût du péage pour l'aller et le retour ($2 \times 13,90\text{€} = 27,80\text{€}$) et du coût du gazole. L'autocar parcourt la distance de 170 km (2×85 km). Sa consommation moyenne est égale à 30 L/100 km.

Sa consommation en litres sur la distance totale parcourue est égale à $\frac{30}{100} \times 2 \times 85 = 51$.

Le prix du gazole étant fixé à 1,60 € le litre, le coût du carburant utilisé pendant ce trajet est égal à $51 \times 1,60 \text{€}$, soit 81,60 €.

Le coût total du transport est égal à 150 € + 27,80€ + 81,60 €, soit 259,40 €.

EXERCICE 2 – 4 points

Partie A : probabilités

Les valeurs des probabilités sont données sous forme de fraction irréductible.

Il s'agit d'une situation d'équiprobabilité puisqu'il n'est pas possible de discerner les billets gagnants des billets perdants.

- 2 tickets sur les 500 permettent de gagner un lot de 50 €. **La probabilité que le ticket tiré permet de gagner un lot de 50 € est égale à $\frac{2}{500}$, soit $\frac{1}{250}$.**
- 28 (1+2+5+20) tickets sur les 500 permettent de gagner un lot strictement supérieur à 2 euros. **La probabilité que le ticket tiré permet de gagner un lot strictement supérieur à 2 € est égale à $\frac{28}{500}$, soit $\frac{7}{125}$.**
- 78 (1+2+5+20+50) tickets permettent de gagner un lot. On en déduit que 422 sont des tickets perdants. **La probabilité que le ticket tiré porte la mention « Perdu » est égale à $\frac{422}{500}$, soit $\frac{211}{250}$.**

Partie B : statistiques

Tableau indiquant le nombre d'élèves en fonction du nombre de tickets qu'ils ont vendus.

Nombre de tickets vendus	4	6	7	10	15	20
Nombre d'élèves	10	4	8	14	12	3

1. Le nombre moyen de tickets vendus par les élèves est égal à :

$$\frac{4 \times 10 + 6 \times 4 + 7 \times 8 + 10 \times 14 + 15 \times 12 + 20 \times 3}{10 + 4 + 8 + 14 + 12 + 3} = \frac{500}{51} \approx 9,80$$

Le nombre moyen de tickets vendus par les élèves est égal à 10, valeur arrondie à l'unité.

2. a. Le tableau des effectifs cumulés croissants est le suivant :

Nombre de tickets vendus	4	6	7	10	15	20
Cumul du nombre d'élèves	10	14	22	36	48	51

La médiane correspond à la valeur de la variable associée au 26^e individu dans la série ordonnée.

22 élèves ont vendu moins de 7 tickets ou 7 exactement 7 tickets.

36 élèves ont vendu moins de 10 tickets ou exactement 10 tickets.

Le 26^e élève a donc vendu 10 tickets.

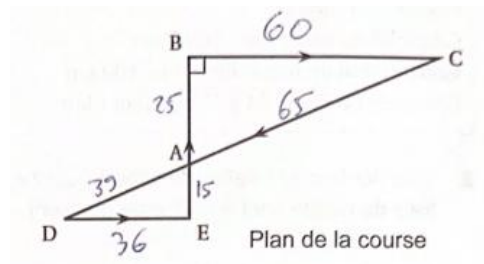
La médiane de la série du nombre de tickets vendus est égale à 10.

b. Au moins 50 % des élèves ont vendu au plus 10 tickets et au moins 50 % ont vendu au moins 10 tickets.

EXERCICE 3 – 4,5 points

Données :

- Les points A, B et E sont alignés
- Les points A, C et D sont alignés.
- ABC est un triangle rectangle en B.
- AE = 15 m ; AC = 65 m ; AB = 25 m ; AD = 39



m.

1. Calcul de la longueur BC en mètres :

Le triangle ABC est rectangle en B d'après les données. Le théorème de Pythagore permet d'affirmer que : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Soit : $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$$BC^2 = 65^2 - 25^2$$

$$BC^2 = 4\,225 - 625$$

$$BC^2 = 3\,600$$

$$BC = \sqrt{3\,600}$$

$$BC = 60$$

La longueur BC est égale à 60 mètres.

2. Les points B, A, E et les points C, A, D sont alignés dans le même ordre.

On a : $\frac{AE}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$ et $\frac{AD}{AC} = \frac{39}{65} = \frac{3}{5} = 0,6$.

Les rapports $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AD}{AC}$ sont égaux.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. La longueur totale, en mètres, du parcours EBCDE est égale à la somme des distances EB, BC, CD et DE, soit $(15 \text{ m} + 25 \text{ m}) + 60 \text{ m} + (65 \text{ m} + 39 \text{ m}) + 36 \text{ m} = 240 \text{ m}$.

La longueur totale du parcours est de 240 mètres.

4. a. Pour calculer le volume de sable nécessaire au remplissage total du plot, il faut déterminer le volume du socle (assimilé à un pavé droit) et de la partie supérieure (assimilé à un cône de révolution).

Calcul du volume V_1 en cm^3 du socle :

$$\begin{aligned} V_1 &= \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur} \\ V_1 &= 24,5 \times 24,5 \times 3,5 \\ V_1 &= 2\,100,875 \end{aligned}$$

Calcul du volume V_2 en cm^3 de la partie supérieure :

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

La base du cône est un disque de diamètre 20 cm, soit de rayon 10 cm. Son aire en cm^2 est égale à $\pi \times 10^2$, soit 100π .

La hauteur du cône est égale à 415 mm, soit 41,5 cm.

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3} \times 100\pi \times 41,5 \\ V_2 &= \frac{4\,150 \times \pi}{3} \\ V_2 &\approx 4\,345,87 \end{aligned}$$

Calcul du volume V en cm^3 du plot :

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = 2\,100,875 + \frac{4\,150 \times \pi}{3} \\ V &\approx 6\,446,74 \end{aligned}$$

Le volume de sable nécessaire permettant de remplir en totalité le plot est égal à $6\,447 \text{ cm}^3$, valeur arrondie au cm^3 près. On en déduit que le volume nécessaire est égal à $6,45 \text{ dm}^3$, valeur arrondie au centième de dm^3 .

Remarque : $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ et $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$

b. La densité du sable est égale à 1,6 tonne par mètre cube, soit 1 600 kg par m^3 .

La masse de sable, en kg, nécessaire pour remplir le plot est égale au produit de la densité (en kg par m^3) du sable par le volume (en m^3) nécessaire au remplissage du plot, soit

$$1\,600 \times \left(2\,100,875 + \frac{4\,150 \times \pi}{3} \right) \times 10^{-6} \approx 10,315$$

La masse nécessaire est donc égale à 10,3 kg, valeur arrondie au dixième de kg près.

EXERCICE 4 – 3,5 points**1. L'affirmation 1 est fausse.**

Prenons un contre-exemple.

8 est un entier divisible par 4 (car $8 = 4 \times 2$),
mais 8 n'est pas divisible par 12 ($12 = 8 \times 1 + 4$).

2. On développe le membre de droite de l'expression donnée pour tout réel x .

$$\begin{aligned}(3x + 1)(8x - 5) - (-7x + 4) &= 3x \times 8x - 3x \times 5 + 1 \times 8x + 1 \times (-5) + 7x - 4 \\ &= 24x^2 - 15x + 8x - 5 + 7x - 4 \\ &= 24x^2 - 9\end{aligned}$$

L'affirmation 2 est vraie.

3. Les nombres a, b, c sont des entiers non nuls.

Soit a un multiple de b . Il existe un entier k tel que $a = k \times b$.

b est un multiple de c . Il existe un entier k' tel que $b = k' \times c$.

On a donc : $a = k \times b = k \times k' \times c$. On en déduit que $\frac{a}{c} = k \times k'$.

Comme les nombres k et k' sont des entiers, le produit $k \times k'$ est un entier.

L'affirmation 3 est vraie.

4. Ecrivons la fraction $\frac{3500}{56 \times 10^{19}}$ sous la forme d'une fraction décimale :

$$\frac{3500}{56 \times 10^{19}} = \frac{5 \times 7 \times 10^2}{8 \times 7 \times 10^{19}} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{10^{17}} = 0,625 \times \frac{1}{10^{17}} = \frac{625}{10^{20}}$$

$\frac{625}{10^{20}}$ est une fraction décimale, le nombre $\frac{3500}{56 \times 10^{19}}$ est un nombre décimal.

L'affirmation 4 est vraie.

5. Un prix subissant une augmentation de 20 % est multiplié par $1 + 20 \% = 1,20$.

S'il subit 3 augmentations successives de 20 %, il est multiplié par

$$1,20 \times 1,20 \times 1,20 = 1,728.$$

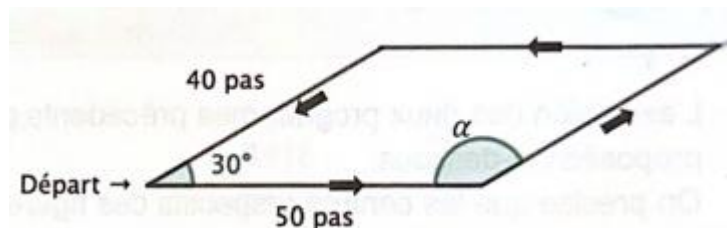
Le coefficient multiplicateur global correspondant à ces trois évolutions successives est égal à 1,728, ce qui correspond à une augmentation globale de 72,8 %.

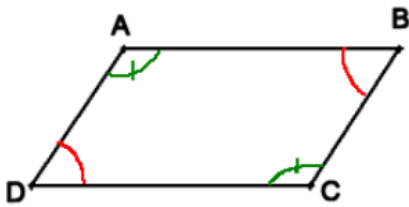
L'affirmation 5 est vraie.

EXERCICE 5 – 3 points

1. La figure ci-contre est un parallélogramme. Les angles opposés sont de même mesure et les angles consécutifs sont complémentaires.

On en déduit que l'angle α a pour mesure 150 degrés (180 degrés - 30 degrés).



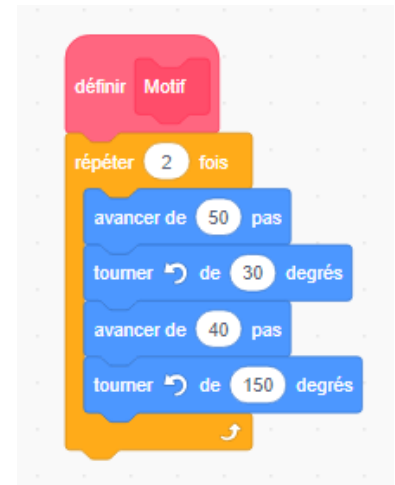


2. Le point de départ est précisé et l'orientation du lutin aussi.

Pour tracer le parallélogramme, il faut donc avancer de 50 pas au départ, puis tourner dans le sens anti-horaire de 30 degrés, avancer de nouveau de 40 pas et tourner dans le sens anti-horaire de 150 degrés (180 degrés - 30 degrés). Pour finir la construction, il faut répéter ces instructions une seconde fois.

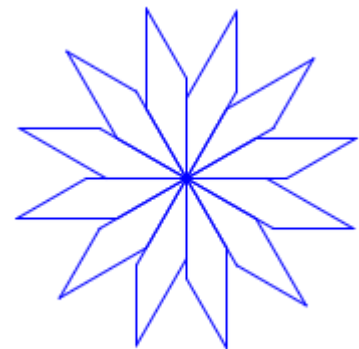
Les étiquettes à insérer dans l'ordre sont donc B, D, A et C.

La valeur manquante de l'étiquette C est **150**.



3. Le programme 1 construit 12 parallélogrammes isométriques (répétition de 12 fois le motif). Après la construction du premier motif, les suivants subissent chacun une rotation de 30 degrés dans le sens anti-horaire et de centre le point de départ du script (le point de coordonnées $x = 0$ et $y = 0$).

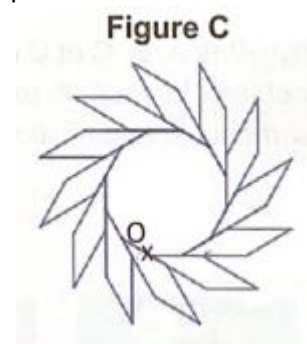
La figure A correspond à la figure tracée par le programme 1.



Le programme 2 construit aussi 12 parallélogrammes isométriques (répétition de 12 fois le motif).

En entrant dans la boucle, on avance de 40 pas (le lutin se retrouve en position $x = 40$ et $y = 0$) et un premier parallélogramme est construit. On effectue ensuite une rotation de ce motif d'angle 30 degrés dans le sens anti-horaire et de centre le point de départ du premier motif construit ($x = 40$ et $y = 0$). On construit ensuite les 11 motifs suivants en appliquant la même procédure.

La figure C correspond à peu près à la figure tracée par le programme 1, mais elle n'est pas exactement identique. Il aurait fallu avancer de 20 à 30 pas dans la boucle répéter 12 fois pour avoir une figure proche de la figure C et non de 40.



ForProf

```
quand est cliqué
  effacer tout
  aller à x: 0 y: 0
  s'orienter à 90
  répéter 12 fois
    stylo en position d'écriture
    avancer de 40 pas
    Motif
    relever le stylo
```

```
définir Motif
  répéter 2 fois
    avancer de 50 pas
    tourner de 30 degrés
    avancer de 40 pas
    tourner de 150 degrés
```

