

CRPE 2026

MATHEMATIQUES

Proposition de corrigé

Bac +3



SUJET 2026 – BAC +3

Introduction :

Le sujet comporte 5 exercices indépendants qui couvrent les grands domaines :

- Probabilités / statistiques
- Suites et modélisation
- Géométrie plane
- Raisonnement logique (vrai/faux)
- Nombres et repérage

Globalement, c'est un sujet très classique du CRPE, qui ne présente pas de difficulté technique majeure, mais qui demande beaucoup de rigueur dans le raisonnement et dans la rédaction.

On est vraiment sur un sujet qui évalue la capacité des candidats à raisonner comme un futur enseignant, plus que la capacité à faire des calculs compliqués.

Les 5 exercices en un coup d'œil :

1. Probabilités (gestion de données)

- Étude d'une population (sport / musique)
- Pourcentages
- Tableau à double entrée
- Calcul de probabilités (dont conditionnelle)

L'objectif de cet exercice est de comprendre et d'exploiter des données pour calculer des probabilités

2. Motif évolutif (modélisation)

- Observation d'une figure qui évolue
- Mise en évidence d'une régularité (+3)
- Expression du nombre de carreaux en fonction de n (suite arithmétique)
- Utilisation d'un tableur
- Equation du premier degré

L'objectif de cet exercice est de passer d'une observation visuelle à une modélisation mathématique.

3. Géométrie plane

- Pentagone régulier
- Angles au centre, angles du pentagone
- Triangles isocèles / rectangles
- Théorème de Pythagore

L'objectif de cet exercice est de raisonner à partir d'une figure et de démontrer des propriétés.

4. Affirmations à justifier

- Numération
- Arithmétique : diviseur et multiple
- Proportionnalité et pourcentages
- Nombres décimaux, fractions

L'objectif de cet exercice est de développer un raisonnement critique et argumenté.

5. Repérage sur une droite

- Droite graduée
- Fractions et décimaux
- Milieu d'un segment
- Comparaison de nombres

L'objectif de cet exercice est de relier représentation graphique et nombres.

EXERCICE 1 – 2 points

Données de l'énoncé :

- Nombre total d'élèves : 300 ;
- 40% des élèves pratiquent un sport ;
- 75 élèves pratiquent un instrument de musique ;
- Parmi les musiciens, 60% pratiquent aussi un sport.

1. On en déduit le nombre d'élèves pratiquant un sport : $40\% \times 300 = 120$, et ceux ne pratiquant pas de sport : $300 - 120 = 180$.

75 élèves pratiquent un instrument de musique donc $300 - 75 = 225$ élèves ne pratiquent pas un instrument de musique.

60% des élèves pratiquent un sport parmi les élèves pratiquant un instrument de musique, on en déduit le nombre d'élèves qui pratiquent un sport parmi les élèves pratiquant un instrument de musique : $60\% \times 75 = 45$.

Le nombre d'élèves pratiquant un instrument de musique et ne pratiquant pas un sport est égal à $75 - 45 = 30$.

Le nombre d'élèves pratiquant un sport et ne pratiquant pas un instrument de musique est égal à $120 - 45 = 75$.

Le nombre d'élèves ne pratiquant pas un sport et ne pratiquant pas un instrument de musique est égal à $180 - 30 = 150$.

Il ne reste plus qu'à compléter le tableau :

	Pratiquent un instrument de musique	Ne pratiquent pas un instrument de musique	Effectif total
Pratiquent un sport	45	75	120
Ne pratiquent pas un sport	30	150	180
Effectif total	75	225	300

2. 120 élèves pratiquent un sport et 75 élèves pratiquent un instrument de musique. 45 élèves pratiquent les deux activités. Le nombre d'élèves pratiquant au moins une des deux activités est égal à $120 + 75 - 45 = 150$.

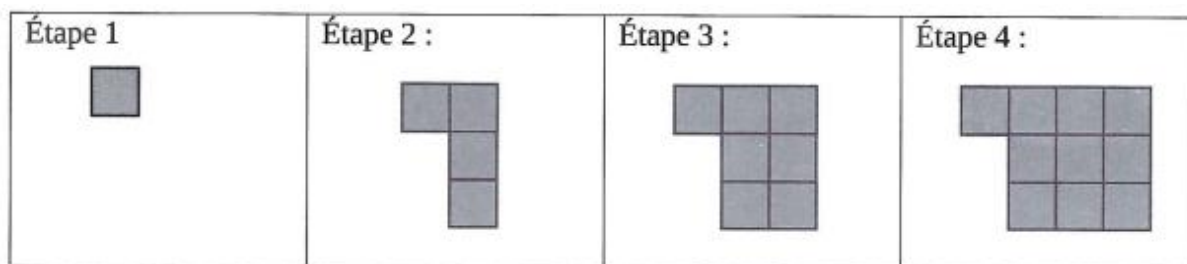
La probabilité que l'élève choisi pratique au moins l'un des deux activités est égale à $\frac{150}{300} =$

$$\frac{1}{2}$$

Autre proposition : 150 élèves sur les 300 élèves ne pratiquent ni sport ni un instrument de musique. On en déduit que les 150 autres élèves pratiquent au moins une des deux activités. La probabilité que l'élève choisi pratique au moins l'un des deux activités est égale à $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$.

3. L'élève choisi pratique un sport. Parmi les 120 élèves qui pratiquent un sport, 45 élèves pratiquent un instrument de musique. **La probabilité qu'un élève pratique un instrument de musique sachant qu'il pratique un sport est égale à $\frac{45}{120} = \frac{3}{8}$.**

EXERCICE 2 – 2 points



1. On passe de l'étape 1 à l'étape 2 en ajoutant 3 carreaux isométriques à celui de l'étape 1 et posés verticalement. On passe de l'étape 2 à l'étape 3 en ajoutant 3 autres carreaux isométriques et ainsi de suite.

A chaque étape, on ajoute 3 carreaux au motif précédent.

2. A l'étape 4, le motif est composé des carreaux du motif précédent (soit 10) auxquels on ajoute 3 carreaux supplémentaires. Le motif de l'étape 5 est composé de $(1 + 3 \times 3) + 3$ carreaux. A l'étape 5, il en comprend **13** ($1 + 4 \times 3$).

15 étapes séparent l'étape 5 de l'étape 20. On ajoute donc 15×3 carreaux supplémentaires. Le motif de l'étape 20 est composé de $13 + 3 \times 15$, soit 58 carreaux.

Remarque : le motif comprend $1 + 19 \times 3 = 58$ carreaux.

3. La cellule B3 donne le nombre du carreau de l'étape 2, soit 1+3. Chaque cellule de la colonne B va donner le nombre de carreaux de la cellule précédente augmenté de 3.

La formule à saisir en B3 est « **=B2+3** ».

	A	B
1	Étape	Nombre de carreaux
2	1	1
3	2	4
4	3	7
5	4	10

4. Le motif de l'étape n (n entier naturel non nul) est composé de $1 + 3 \times (n - 1)$ carreaux ou $3n - 2$ carreaux.

Autre proposition de réponse (plus pertinente) :

On observe que :

- à l'étape 1, le motif contient 1 carreau
- à chaque étape, on ajoute 3 carreaux

On est donc en présence d'une suite arithmétique :

- premier terme : $u_1 = 1$
- raison arithmétique : $r = 3$

Or, pour cette suite arithmétique, on a : pour tout nombre naturel $n \geq 1$,

$$u_n = u_1 + (n - 1) \times r$$

Donc :

$$u_n = 1 + 3(n - 1)$$

On développe :

$$u_n = 1 + 3n - 3 = 3n - 2$$

Ainsi, le nombre de carreaux à l'étape n est $3n - 2$ **carreaux** avec n nombre naturel non nul.

5. On résout l'équation : $3n - 2 = 100$ soit $3n = 102$ soit $n = \frac{102}{3} = 34$. On en déduit que $n = 34$.

On en déduit que le motif constitué à la 34^e étape est composé de 100 carreaux.

On résout l'équation : $3n - 2 = 2000$ soit $3n = 2002$
soit $n = \frac{2002}{3} \approx 667,33$.

Le nombre n représente la n -ième étape, n est donc un nombre entier naturel.

Le motif évolutif ne sera jamais constitué de 2000 carreaux puisque le nombre n n'est pas un nombre entier.

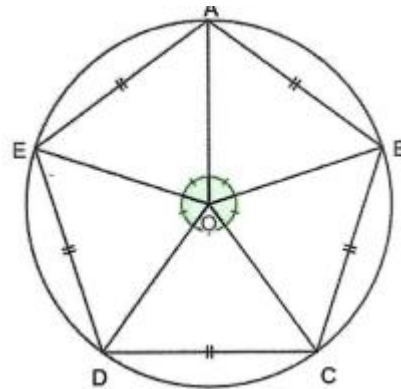
EXERCICE 3 – 2,5 points

1.

a) Le pentagone est régulier, les angles au centre interceptant les côtés du pentagone mesurent : $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$.

L'angle \widehat{DOC} est un angle au centre, il mesure donc 72° .

b) Le pentagone est inscrit dans le cercle de centre O . Les points C et D appartiennent à ce cercle, donc $[OC]$ et $[OD]$ sont des rayons du cercle circonscrit au pentagone, $OC = OD$, le **triangle OCD est isocèle en O .**



ce cercle

c) Les triangles OCD et OCB sont congruents¹, on en déduit que $\widehat{DCO} = \widehat{OCB}$.

OCD est isocèle en O donc $\widehat{ODC} = \widehat{DCO} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$.

On a : $\widehat{DCB} = \widehat{DCO} + \widehat{OCB} = 2 \times \widehat{DCO} = 2 \times 54^\circ = 108^\circ$.

L'angle \widehat{DCB} mesure 108° .

d) Chaque angle intérieur du pentagone mesure 108° puisque le pentagone est régulier.
La somme des angles de ce pentagone est égale à 540° ($5 \times 108^\circ$).

¹ isométriques

2. Données de l'énoncé :

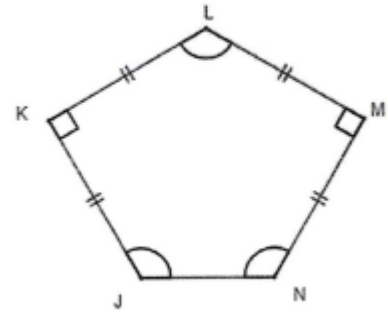
- $JK = KL = LM = MN = 10 \text{ cm}$;
- $\widehat{JKL} = \widehat{LMN} = 90^\circ$;
- $\widehat{KLM} = \widehat{MNJ} = \widehat{NJK}$.

a) L'angle \widehat{JKL} est droit puisque d'après l'énoncé $\widehat{JKL} = 90^\circ$. De plus, $JK = KL$.

Le triangle JKL est un triangle rectangle isocèle en K.

De même, l'angle \widehat{LMN} est droit puisque d'après l'énoncé $\widehat{LMN} = 90^\circ$. De plus, $LM = MN$.

Le triangle LMN est un triangle rectangle isocèle en M.



b) Le triangle LMN est rectangle, d'après le théorème de Pythagore : $JL^2 = KL^2 + KJ^2$.

$$JL^2 = 10^2 + 10^2$$

$$JL^2 = 100 + 100$$

$$JL^2 = 200$$

$$JL = \sqrt{200}$$

Les triangles LMN et LKJ sont congruents puisqu'ils ont un angle de même mesure 90° compris entre deux côtés homologues de mêmes longueurs. On en déduit que : $LN = JL = \sqrt{200}$.

Conclusion : $JL = LN = \sqrt{200} \text{ cm}$.

EXERCICE 4 – 1,75 point

1. X est un nombre à 4 chiffres tous différents de 0. X s'écrit donc sous la forme $\overline{cd\bar{u}v}$ où m, c, d et v sont respectivement le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines, le chiffre des unités et le chiffre des dixièmes.

Puisque le nombre de dizaines est 12, on a : $c = 1$ et $d = 2$.

Puisque les 4 chiffres sont tous non nuls, alors v peut être égal à 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.

Si $v = 1$ alors $u = 3 \times v = 3 \times 1 = 3$ et $X = 123,1$.

Si $v = 2$ alors $u = 3 \times v = 3 \times 2 = 6$ et $X = 126,2$.

Si $v = 3$ alors $u = 3 \times v = 3 \times 3 = 9$ et $X = 129,3$.

Si $v > 3$ alors $3 \times v > 10$ et u ne peut être un chiffre.

Conclusion : les seules valeurs de X sont 123,1 ou 126,2 ou 129,3. **L'affirmation 1 est donc fausse.**

2. L'entier 20 est un multiple de 4 et de 10 puisque $20 = 5 \times 4$ et $20 = 2 \times 10$.

Mais l'entier 20 n'est pas un multiple de 40 puisque $20 = 0,5 \times 40$ et 0,5 n'est pas un entier.

L'affirmation 2 est fausse.

3. Notons p le prix du produit.

Avec l'offre 1, si on achète deux produits simultanément, on paie $p + \frac{p}{2} = 1,5 \times p$.

Le prix d'un produit est finalement égal à $0,75 \times p = \frac{3}{4} \times p$.

Avec l'offre 2, si on achète un produit, on paie p pour 1,5 produit.

Le prix d'un produit est donc égal à $\frac{p}{1,5} = \frac{p}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \times p$.

Puisque $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$, les deux promotions ne sont pas équivalentes. La seconde offre est plus avantageuse.

L'affirmation 3 est fausse.

4. Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale $\frac{a}{10^n}$ où a est un entier et n un entier naturel. Soit d un tel nombre.

$$\text{Alors } \frac{d}{4} = \frac{a}{10^n} \times \frac{1}{4} = \frac{a}{10^n} \times \frac{25}{100} = \frac{25a}{10^{n+2}}.$$

25 est un nombre entier et $n + 2$ est un nombre naturel, $\frac{25a}{10^{n+2}}$ est une fraction décimale.

$\frac{d}{4}$ est donc un nombre décimal.

L'affirmation 4 est vraie.

EXERCICE 5 – 1,75 point



Le segment [OU] est composé de 8 petits intervalles de même longueur. Donc chaque petit intervalle mesure $\frac{1}{8} = 0,125$.

1. Le point A est le milieu du segment [OU] donc **le point A a pour abscisse $a = \frac{1}{2} = 0,5$** .

Le segment [OB] est composé de 11 petits intervalles donc **le point B a pour abscisse $b = 11 \times \frac{1}{8} = \frac{11}{8} = 1,375$** .

2. a. Le milieu du segment de [OA] a pour abscisse $\frac{a}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} = 0,25$.

b. Le milieu du segment de [OB] a pour abscisse $\frac{b}{2} = \frac{\frac{11}{8}}{2} = \frac{11}{16} = 0,6875$.

3. Si les points C et D appartiennent au segment [A ;B], leurs abscisses respectives c et d sont comprises entre 0,5 et $\frac{11}{8}$.

$c = 0,45$ et $0,45 < 0,5$, c'est-à-dire $0 < c < a$. Le point C appartient au segment [OA] et **n'appartient donc pas au segment [AB]**.

$d = \frac{4}{3}$ et $0,5 < \frac{4}{3}$ On a donc $a < d$.

Pour savoir si le point D appartient au segment [AB], il suffit de vérifier si $d < b$.

On a : $d = \frac{4}{3} = \frac{32}{24}$ et $b = \frac{11}{8} = \frac{33}{24}$. Puisque $32 < 33$, alors $\frac{32}{24} < \frac{33}{24}$.

On en déduit que $d < b$ et finalement $a < d < b$.

Le point D appartient donc au segment [AB].