CRPE 2026

MATHEMATIQUES

Proposition de corrigé

Sujet groupement 1

ForProf

SUJET 2026 – GROUPEMENT ACADEMIQUE 1

EXERCICE 1 – 5 points

Partie A

Cette partie est consacrée à l'utilisation du tableur. Plus précisément, il est demandé de donner une formule à partir de certaines cellules. Aucune justification n'est demandée.

	A	B	C	D
1	Visiteurs	Nombre	Prix en €	Total
2	Adultes	7	16,00	
3	Elèves de CP	14	8,50	
4	Elèves de CE1	15	8,50	
5	Elèves de CE2	12	8,50	
6	Elèves de CM1	13	8,50	
7	Elèves de CM2	18	8,50	
8			Total	
9			Total après réduction	

1. La cellule D2 doit donner le montant payé par 7 adultes (le prix par adulte étant de 16,00 €). Cette formule doit permettre d'incrémenter vers le bas. Le montant payé se calcule en multipliant le nombre de visiteurs par le prix correspondant.
   La formule à saisir en D2 est « **=B2*C2** ».

2. La cellule D8 doit donner le montant global de l'ensemble des visiteurs avant réduction. Il s'agit donc d'additionner les valeurs contenues dans la plage D2:D7. La formule à saisir en D8 est « **=somme(D2:D7) »** ou « **=D2+D3+D4+D5+D6+D7** »

3. Il s'agit maintenant de calculer le montant total après la réduction de 15%. Une réduction de 15 % revient à multiplier par 1 – 15% = 1 – 0,15 = 0,85.
   La formule à saisir en D9 est : « **=D8*0,85** ».

Partie B

1. On note n le nombre d'élèves participant à la sortie. On sait que $n \leq 50$. Le coût total de la visite est égal à la somme du coût pour les n élèves participant à la visite (soit $n \times 8{,}50$ €) et du coût pour les 4 adultes accompagnateurs ($4 \times 16{,}00$€).
   Le coût total en euros est donc égal à $\boldsymbol{8{,}50n + 64}$.

2. Le coût total étant 378,50 €, pour déterminer le nombre total d'élèves qui ont participé à la sortie, il faut résoudre l'équation : $\boldsymbol{8{,}50n + 64 = 378{,}50}$.
   Cette équation est équivalente à : : $\boldsymbol{8{,}50 \times n = 378{,}50 - 64}$ soit : $\boldsymbol{8{,}50 \times n = 314{,}50}$ soit encore : $\boldsymbol{n = \frac{314{,}50}{8{,}50} = 37}$
   37 élèves ont participé à la sortie.

Partie C

1. La vitesse moyenne est définie comme le quotient de la distance parcourue par la durée du trajet. La vitesse moyenne v en km/h de l'autocar est donc donnée par la formule : $v = \frac{d}{t}$ où d est la distance parcourue en km et t le temps du trajet entre l'école et le musée.
   On a : $d = 85$ et $t = 1h10\min = \left(1 + \frac{10}{60}\right)h = \frac{7}{6}h$.
   On remplace dans la formule précédente : $v = \frac{85}{\frac{7}{6}} = \frac{85\times6}{7} = \frac{510}{7} \approx 72{,}86$.
   La vitesse moyenne de l'autocar sur ce trajet est égale à 73 km/h, vitesse arrondie à l'unité près.

2. Puisque la capacité du bus (63) est supérieure au nombre de participants (41 élèves auquel s'ajoute 4 accompagnateurs), un seul bus sera nécessaire pour la visite.
   Le coût total du transport, pour un seul bus, est égal à la somme du forfait journalier ($150{,}00$ €), du coût du péage pour l'aller et le retour ($2 \times 13{,}90$€ $= 27{,}80$€) et du coût du gazole.
   L'autocar parcourt la distance de 170 km (2× 85 km). Sa consommation moyenne est égale à 30 L/100 km.
   Sa consommation en litres sur la distance totale parcourue est égale à $\frac{30}{100} \times 2 \times 85 = 51$.
   Le prix du gazole étant fixé à 1,60 € le litre, le coût du carburant utilisé pendant ce trajet est égal à $51 \times 1{,}60$ €, soit 81,60 €.
   Le coût total du transport est égal à 150 € + 27,80€ + 81,60 €, soit 259,40 €.

EXERCICE 2 – 4 points

Partie A : probabilités

Les valeurs des probabilités sont données sous forme de fraction irréductible.
Il s'agit d'une situation d'équiprobabilité puisqu'il n'est pas possible de discerner les billets gagnants des billets perdants.

1. 2 tickets sur les 500 permettent de gagner un lot de 50 €. **La probabilité que le ticket tiré permet de gagner un lot de 50 € est égale à $\frac{2}{500}$, soit $\frac{1}{250}$.**

2. 28 (1+2+5+20) tickets sur les 500 permettent de gagner un lot strictement supérieur à 2 euros. **La probabilité que le ticket tiré permet de gagner un lot strictement supérieur à 2 € est égale à $\frac{28}{500}$, soit $\frac{7}{125}$.**

3. 78 (1+2+5+20+50) tickets permettent de gagner un lot. On en déduit que 422 sont des tickets perdants. **La probabilité que le ticket tiré porte la mention « Perdu » est égale à $\frac{422}{500}$, soit $\frac{211}{250}$.**

Partie B : statistiques

Tableau indiquant le nombre d'élèves en fonction du nombre de tickets qu'ils ont vendus

Nombre de tickets vendus	4	6	7	10	15	20
Nombre d'élèves	10	4	8	14	12	3

1. Le nombre moyen de tickets vendus par les élèves est égal à :

$$\frac{4 \times 10 + 6 \times 4 + 7 \times 8 + 10 \times 14 + 15 \times 12 + 20 \times 3}{10 + 4 + 8 + 14 + 12 + 3} = \frac{500}{51} \approx 9{,}80$$

Le nombre moyen de tickets vendus par les élèves est égal à 10, valeur arrondie à l'unité.

2. a. Le tableau des effectifs cumulés croissants est le suivant :

Nombre de tickets vendus	4	6	7	10	15	20
Cumul du nombre d'élèves	10	14	22	36	48	51

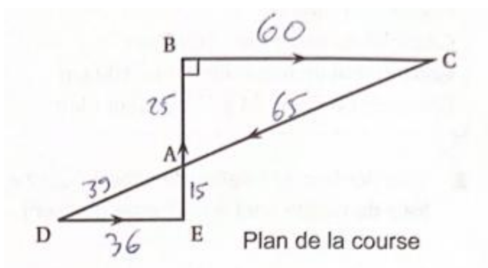
La médiane correspond à la valeur de la variable associée au 26^{e} individu dans la série ordonnée.
22 élèves ont vendu moins de 7 tickets ou 7 exactement 7 tickets.
36 élèves ont vendu moins de 10 tickets ou exactement 10 tickets.
Le 26^{e} élève a donc vendu 10 tickets.
La médiane de la série du nombre de tickets vendus est égale à 10.

b. Au moins 50 % des élèves ont vendu au plus 10 tickets et au moins 50 % ont vendu au moins 10 tickets.

EXERCICE 3 – 4,5 points

Données :

- Les points A, B et E sont alignés
- Les points A, C et D sont alignés.
- ABC est un triangle rectangle en B.
- AE = 15 m ; AC = 65 m ; AB = 25 m ; AD = 39 m.



1. Calcul de la longueur BC en mètres :

Le triangle ABC est rectangle en B d'après les données. Le théorème de Pythagore permet d'affirmer que : AC² = AB² + BC².
Soit : BC² = AC² - AB²
BC² = 65² - 25²

$BC^2 = 4\ 225 - 625$
$BC^2 = 3\ 600$
$BC = \sqrt{3\ 600}$
$BC = 60$

La longueur BC est égale à 60 mètres.

2. Les points B, A, E et les points C, A, D sont alignés dans le même ordre.
   On a : $\frac{AE}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ et $\frac{AD}{AC} = \frac{39}{65} = \frac{3}{5} = 0{,}6$.
   Les rapports $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AD}{AC}$ sont égaux.
   D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. La longueur totale, en mètres, du parcours EBCDE est égale à la somme des distances EB, BC, CD et DE, soit (15 m + 25 m) + 60 m + (65 m + 39 m) + 36 m = 240 m.
   La longueur totale du parcours est de 240 mètres.

4. a. Pour calculer le volume de sable nécessaire au remplissage total du plot, il faut déterminer le volume du socle (assimilé à un pavé droit) et de la partie supérieure (assimilé à un cône de révolution).

   Calcul du volume V_1 en cm^3 du socle :

$$V_1 = longueur \times largeur \times hauteur$$
$$V_1 = 24{,}5 \times 24{,}5 \times 3{,}5$$
$$V_1 = 2\ 100{,}875$$

   Calcul du volume V_2 en cm^3 de la partie supérieure :

$$V_2 = \frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times hauteur$$

   La base du cône est un disque de diamètre 20 cm, soit de rayon 10 cm. Son aire en cm² est égale à $\pi \times 10^2$, soit 100π.
   La hauteur du cône est égale à 415 mm, soit 41,5 cm.

$$V_2 = \frac{1}{3} \times 100\pi \times 41{,}5$$
$$V_2 = \frac{4\ 150 \times \pi}{3}$$

$$V_2 \approx 4\ 345{,}87$$

   Calcul du volume V en cm^3 du plot :

$$V = V_1 + V_2 = 2\ 100{,}875 + \frac{4\ 150 \times \pi}{3}$$

$$V \approx 6\ 446{,}74$$

   Le volume de sable nécessaire permettant de remplir en totalité le plot est égal à 6 447 cm^3, valeur arrondie au cm^3 près. On en déduit que le volume nécessaire est égal à 6,45 dm^3, valeur arrondie au centième de dm^3.

   Remarque : 1 dm^3 = 1 000 cm^3 et 1 m^3 = 1 000 000 cm^3

   b. La densité du sable est égale à 1,6 tonne par mètre cube, soit 1 600 kg par m^3.

La masse de sable, en kg, nécessaire pour remplir le plot est égale au produit de la densité (en kg par m^3) du sable par le volume (en m^3) nécessaire au remplissage du plot, soit
$1\,600 \times (2\,100{,}875 + \frac{4\,150 \times \pi}{3}) \times 10^{-6} \approx 10{,}315$

La masse nécessaire est donc égale à 10,3 kg, valeur arrondie au dixième de kg près.

EXERCICE 4 – 3,5 points

1. **L'affirmation 1 est fausse.**
   Prenons un contre-exemple.
   8 est un entier divisible par 4 (car $8 = 4 \times 2$),
   mais 8 n'est pas divisible par 12 ($12 = 8 \times 1 + 4$).

2. On développe le membre de droite de l'expression donnée pour tout réel x.
$$\begin{aligned}(3x+1)(8x-5)-(-7x+4) &= 3x \times 8x - 3x \times 5 + 1 \times 8x + 1 \times (-5) + 7x - 4 \\ &= 24x^2 - 15x + 8x - 5 + 7x - 4 \\ &= 24x^2 - 9\end{aligned}$$
   L'affirmation 2 est vraie.

3. Les nombres a, b, c sont des entiers non nuls.
   Soit a un multiple de b. Il existe un entier k tel que $a = k \times b$.
   b est un multiple de c. Il existe un entier k' tel que $b = k' \times c$.
   On a donc : $a = k \times b = k \times k' \times c$. On en déduit que $\frac{a}{c} = k \times k'$.
   Comme les nombres k et k' sont des entiers, le produit $k \times k'$ est un entier.
   L'affirmation 3 est vraie.

4. Ecrivons la fraction $\frac{3500}{56 \times 10^{19}}$ sous la forme d'une fraction décimale :
   $\frac{3500}{56 \times 10^{19}} = \frac{5 \times 7 \times 10^2}{8 \times 7 \times 10^{19}} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{10^{17}} = 0{,}625 \times \frac{1}{10^{17}} = \frac{625}{10^{20}}$

   $\frac{625}{10^{20}}$ est une fraction décimale, le nombre $\frac{3500}{56 \times 10^{19}}$ est un nombre décimal.

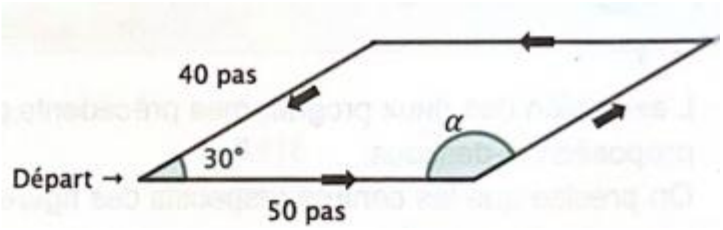
   L'affirmation 4 est vraie.

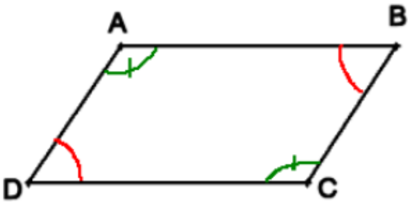
5. Un prix subissant une augmentation de 20 % est multiplié par $1 + 20\,\% = 1{,}20$.
   S'il subit 3 augmentations successives de 20 %, il est multiplié par
$$1{,}20 \times 1{,}20 \times 1{,}20 = 1{,}728.$$
   Le coefficient multiplicateur global correspondant à ces trois évolutions successives est égal à 1,728, ce qui correspond à une augmentation globale de 72,8 %.
   L'affirmation 5 est vraie.

EXERCICE 5 – 3 points

1. La figure ci-contre est un parallélogramme. Les angles opposés sont de même mesure et les angles consécutifs sont complémentaires.

On en déduit que l'angle α a pour mesure 150 degrés (180 degrés – 30 degrés).



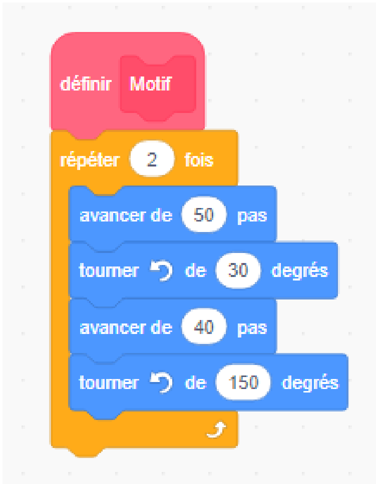


2. Le point de départ est précisé et l'orientation du lutin aussi.

Pour tracer le parallélogramme, il faut donc avancer de 50 pas au départ, puis tourner dans le sens anti-horaire de 30 degrés, avancer de nouveau de 40 pas et tourner dans le sens anti-horaire de 150 degrés (180 degrés – 30 degrés). Pour finir la construction, il faut répéter ces instructions une seconde fois.

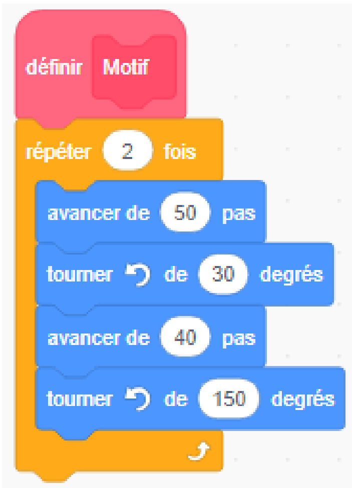
Les étiquettes à insérer dans l'ordre sont donc B, D, A et C.

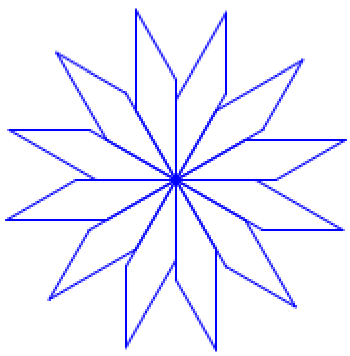
La valeur manquante de l'étiquette C est **150**.



3. Le programme 1 construit 12 parallélogrammes isométriques (répétition de 12 fois le motif). Après la construction du premier motif, les suivants subissent chacun une rotation de 30 degrés dans le sens anti-horaire et de centre le point de départ du script (le point de coordonnées x = 0 et y = 0).

La figure A correspond à la figure tracée par le programme 1.





Le programme 2 construit aussi 12 parallélogrammes isométriques (répétition de 12 fois le motif).

En entrant dans la boucle, on avance de 40 pas (le lutin se retrouve en position x = 40 et y = 0) et un premier parallélogramme est construit. On effectue ensuite une rotation de ce motif d'angle

30 degrés dans le sens anti-horaire et de centre le point de départ du premier motif construit (x = 40 et y = 0). On construit ensuite les 11 motifs suivants en appliquant la même procédure.

La figure C correspond à la figure tracée par le programme 2.