

SESSION 2022

CRPE

Concours de recrutement de professeurs des écoles

Concours externe, Externes spéciaux, Troisième concours
Second concours interne, Second concours interne spécial

Deuxième épreuve écrite disciplinaire

Mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique (y compris les montres connectées) est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

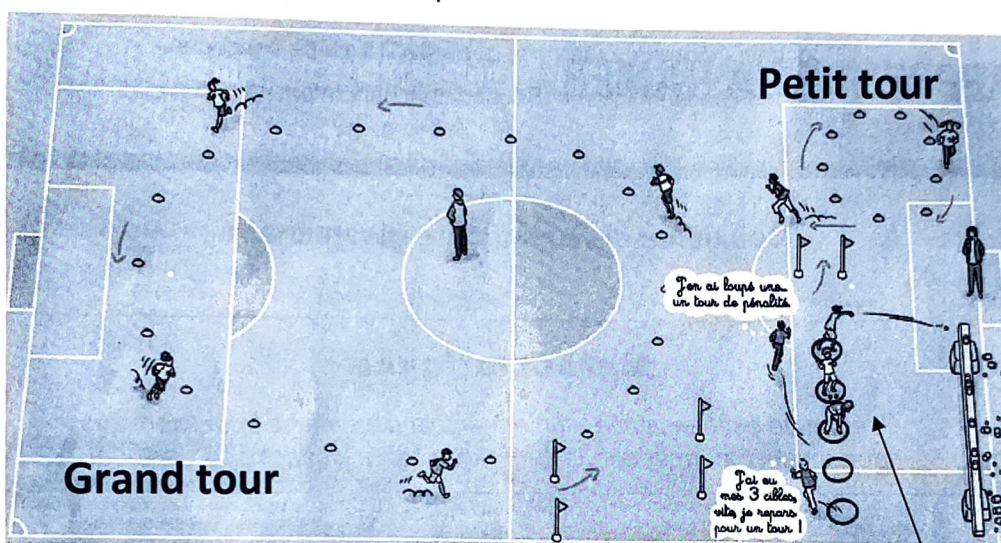
Tournez la page S.V.P.

Ce sujet est composé de cinq exercices indépendants.

EXERCICE 1

Dans cette version adaptée du biathlon, les élèves ont à parcourir, en courant, 4 grands tours tracés avec des plots sur un stade comme dans la figure ci-dessous. À l'issue de chacun des 3 premiers tours, ils se présentent au pas de tir et lancent 3 balles sur des cibles. S'ils atteignent 3 fois leur cible, ils n'ont pas de pénalité et repartent pour le grand tour suivant. En revanche, pour chaque lancer manqué, ils doivent effectuer un petit tour avant de repartir sur le grand tour.

Pour chaque élève on mesure la durée mise pour faire un parcours complet (grands tours + lancers + petits tours de pénalité le cas échéant). L'objectif est de mettre le moins de temps possible pour effectuer le parcours complet.



D'après www.revue-eps.com janvier-février-mars 2016

Pas de tir

Partie 1

Dans cette partie, les élèves s'entraînent à la course sur le grand tour, sans effectuer de lancer de balles.

- Pour un élève de CE1, la longueur du grand tour est de 250 m.
 - On considère un élève, qui effectue les 4 tours en 10 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne de course, en mètre par minute ?
 - Un autre élève a couru les 4 tours à la vitesse moyenne de 150 m/min. Déterminer sa vitesse moyenne en kilomètre par heure.
- Dans le tableau ci-dessous, les longueurs d'un grand tour pour des élèves de CM1 et de CM2 sont données, ainsi que les temps de course pour effectuer 4 grands tours, de deux élèves (un en CM1 et un en CM2).

Élève	Longueur de 1 grand tour	Temps de course pour 4 grands tours
Élève de CM1	400 m	9 minutes et 30 secondes
Élève de CM2	500 m	11 minutes et 8 secondes

Déterminer la vitesse moyenne (en mètre par minute, arrondie à l'unité) de chacun de ces deux élèves, lorsqu'ils ont réalisé les 4 grands tours.

Partie 2

Dans cette partie, des élèves de CE1 font l'épreuve de biathlon dans sa totalité :

Les 4 grands tours + les 3 épreuves de lancers de 3 balles + les éventuels tours de pénalité.

On rappelle que pour un élève de CE1, la longueur du grand tour est de 250 m.

1. La longueur du tour de pénalité est de 20 m.
 - a. Sachant que le tour de pénalité forme un cercle, déterminer son rayon. Arrondir au centimètre.
 - b. Un élève de CE1, qui court à la vitesse moyenne de 150 m/min, prend le départ de l'épreuve. On suppose que pour effectuer 3 lancers, il passe, à chaque fois, 30 secondes sur le pas de tir.
Quelle sera la durée totale que met cet élève pour réaliser le parcours complet, s'il ne rate aucune cible au premier tour et qu'il rate une cible au 2^e tour puis deux cibles au 3^e tour ? Donner la réponse en minutes et secondes.
2. Le professeur des écoles souhaite aider ses élèves à développer une stratégie pour améliorer leurs résultats. Il relève les performances d'un même élève de CE1 qui fait 3 fois l'épreuve de biathlon dans sa totalité en modifiant certains paramètres à chaque essai. Dans le tableau ci-dessous, V_{moy} est la vitesse moyenne de cet élève sur les périodes de course (4 grands tours + éventuels tours de pénalités).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	élève	tirs n°1		tirs n°2		tirs n°3		distance totale parcourue	temps de course (s)	V moy (m/min)	durée totale (min)
2		durée (s)	cibles manquées	durée (s)	cibles manquées	durée (s)	cibles manquées				
3	essai 1	30	0	30	1	30	2		418		
4	essai 2	30	0	32	0	35	0		300		
5	essai 3	19	3	21	3	21	3		341		

- a. La formule saisie en H3 puis recopiée vers le bas est $=1000+(C3+E3+G3)*20$.
Expliquer le terme $(C3+E3+G3)*20$ dans le contexte de l'exercice.
- b. Donner une formule qui pourra être introduite dans la cellule J3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers le bas pour effectuer le calcul pour les autres essais.
- c. Donner une formule qui pourra être introduite dans la case « durée totale » K3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers le bas pour effectuer le calcul pour les autres essais.

Après calculs, on obtient le tableau complet ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	élève	tirs n°1		tirs n°2		tirs n°3		distance totale parcourue	temps de course (s)	V moy (m/min)	durée totale (min)
2		durée (s)	cibles manquées	durée (s)	cibles manquées	durée (s)	cibles manquées				
3	essai 1	30	0	30	1	30	2	1060	482	132	9,53
4	essai 2	30	0	32	0	35	0	1000	469	128	9,43
5	essai 3	19	3	21	3	21	3	1180	566	125	10,45

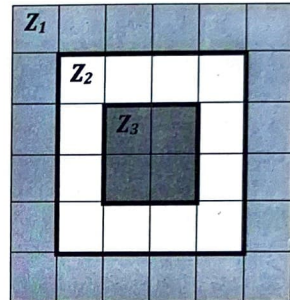
- d. Interpréter le tableau pour déterminer ce que l'élève a modifié entre l'essai 2 et l'essai 3.
- e. Si on analyse les performances de l'élève aux essais 2 et 3, quelle hypothèse ce tableau permet-il de faire du point de vue des stratégies à adopter ?

EXERCICE 2

On dispose d'un dé cubique non truqué dont les faces opposées sont identiques : deux faces numérotées 0, deux faces numérotées 1 et deux faces numérotées 2.

1. On effectue deux lancers et on lit, à chaque lancer, le chiffre inscrit sur la face supérieure. Les deux lancers permettent d'obtenir un nombre décimal : le résultat du premier lancer donne le chiffre des unités et celui du second lancer le chiffre des dixièmes.
 - a. Donner la liste de tous les nombres que l'on peut obtenir.
 - b. Justifier que la probabilité d'obtenir 1,2 est égale à $1/9$.
 - c. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement inférieur à 1 ?
 - d. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre entier ?
 - e. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre décimal ?

2. Le tapis représenté ci-contre est constitué de 36 carrés de côté 10 cm. Ces carrés définissent trois zones Z_1 , Z_2 et Z_3 repérées par des couleurs différentes. Avec le même dé que précédemment, on effectue un lancer sur ce tapis et on regarde la face supérieure. Si le dé tombe à cheval sur deux zones, on le relance. On admet que la probabilité que le dé tombe dans une zone est proportionnelle à l'aire de la zone.



- a. Quelle est la probabilité que le dé tombe dans la zone Z_2 ?
- b. Quelle est la probabilité que le dé tombe en zone Z_2 et donne le nombre 1 ?
- c. Quelle est la probabilité que le dé tombe en zone Z_2 et donne un nombre pair ?

EXERCICE 3

Un enseignant d'une classe de CM2 a proposé ce problème à ses élèves.

Dans un bocal, un enfant a des billes vertes, des billes rouges et des billes bleues. Il a 4 fois plus de billes rouges que de billes vertes et il a 3 billes vertes de plus que de billes bleues. En tout il a 51 billes.

Combien a-t-il de billes de chaque couleur ?

D'après un problème du Guide pour enseigner la résolution de problèmes au cours moyen, Ministère de l'éducation nationale, 2021

1. Voici la réponse proposée par Samira, une élève de la classe de CM2 :

Vertes

Rouges

Bleues 3

} 51 billes

$51 - 3 = 48$

6 = 48

= 8 $4 \times 8 = 32$

$8 + 3 = 11$

Il a 8 billes vertes, 32 billes rouges et 11 billes bleues, ça fait bien 51 billes.

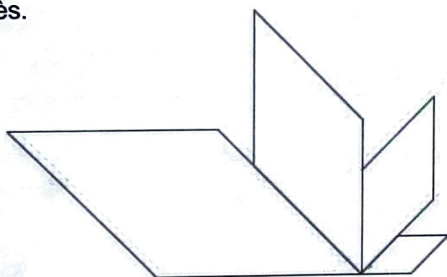
Proposer une version corrigée du schéma utilisé par Samira pour résoudre le problème.

2. a. En notant v le nombre de billes vertes, déterminer, en fonction de v , le nombre de billes rouges et le nombre de billes bleues.
- b. Mettre le problème en équation et la résoudre pour répondre algébriquement à la question posée dans l'énoncé.

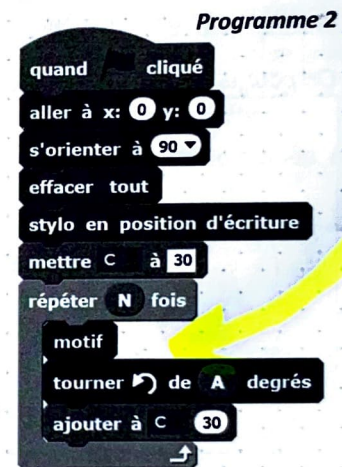
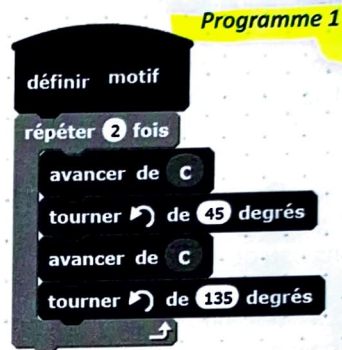
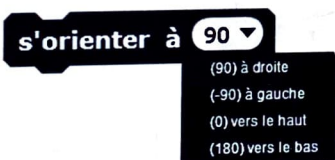
EXERCICE 4

Le programme ci-contre (*programme 1*) a été écrit avec le logiciel Scratch.

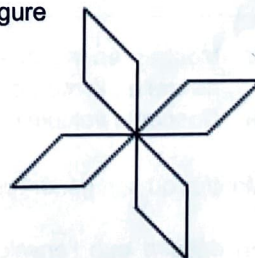
1. En prenant $C = 50$ et 1 cm pour 10 pixels, tracer la figure construite en utilisant le *Programme 1*.
2. Quelle est la nature de la figure tracée ? Justifier la réponse.
3. On écrit le *programme 2* en utilisant le bloc précédent, afin d'obtenir la figure représentée ci-après.



Rappel



- a. Quelles valeurs attribuer aux lettres A et N dans le programme 2 pour obtenir la figure correspondante ?
 - b. Quelle est la valeur de la variable C une fois le programme exécuté ?
4. Comment peut-on modifier le programme 2 pour obtenir la figure ci-contre pour laquelle chaque segment mesure 30 pixels ?



EXERCICE 5

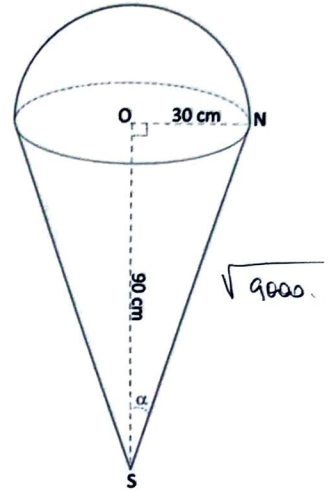
Un ballon-sonde est un ballon à gaz utilisé pour faire des mesures locales dans l'atmosphère.

Dans le cadre du projet scientifique qu'elle anime pour sa classe de CM2, une professeure des écoles a reçu un petit ballon-sonde, représenté ci-dessous.

Son enveloppe, composée de matières plastiques et de latex, a la forme, une fois gonflée, d'un cône de révolution surmonté d'une demi-sphère.

Les dimensions données sur la figure ci-contre sont celles du ballon-sonde au sol, sur le lieu du lâcher situé au niveau de la mer.

La pression atmosphérique diminuant avec l'altitude, le ballon se dilate en prenant de la hauteur et ses dimensions augmentent jusqu'à l'éclatement après une ascension de plus de vingt kilomètres.



On pourra, si nécessaire, utiliser le formulaire ci-dessous.

	g est la longueur d'une génératrice du cône.	
Périmètre du disque	Volume du cône de révolution	Volume de la boule
$2 \pi r$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
Aire du disque	Aire de la surface latérale	Aire de la sphère
πr^2	$\pi r g$	$4 \pi r^2$

- Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que le volume exact du ballon-sonde au niveau de la mer, est égal à $45\,000 \pi \text{ cm}^3$.
 - Donner le volume du ballon sonde en litre, arrondi à l'entier.
- Montrer qu'une génératrice du cône mesure $\sqrt{9000}$ cm.
- En déduire que l'enveloppe totale du ballon-sonde, au niveau de la mer, a une aire d'environ $1,5 \text{ m}^2$ au dixième près.

4. Entre 0 mètre d'altitude et 4 500 mètres d'altitude, les longueurs du ballon-sonde augmentent de 25 %.
 - a. Par quel nombre les longueurs initiales sont-elles multipliées ?
 - b. Montrer que, à 4500 mètres d'altitude, l'enveloppe totale du ballon-sonde a une aire d'environ 2,3 m² arrondie au dixième près.
 - c. Donner un arrondi, au litre près, du volume du ballon-sonde à 4 500 mètres d'altitude.

5. On lâche le ballon à 0 mètre d'altitude. On relève alors une température de 15°C. À 4 500 mètres d'altitude, la température transmise est de -12°C. Entre 0 et 12 000 m d'altitude, la température, en degré Celsius, en fonction de l'altitude x , en mètre, peut être modélisée par une fonction affine notée t .
Montrer que pour tout x entre 0 et 12 000, on a $t(x) = -0,006x + 15$.

6. À partir de quelle altitude la température devient-elle négative ? Justifier le résultat en résolvant une inéquation.

7. La professeure des écoles a réalisé, à l'aide d'un tableur, le calcul des températures en fonction de l'altitude du ballon-sonde.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	altitude en mètre	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000	8500	9000	9500	10000	10500	11000	11500	12000
2	température en degrés	15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15	-18	-21	-24	-27	-30	-33	-36	-39	-42	-45	-48	-51	-54	-57

En observant les données du tableau, sachant que le ballon part de 0 mètre d'altitude, à quelle altitude se trouve-t-il lorsque la température a baissé de 30°C ?